(19) BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND

DEUTSCHES PATENT- UND MARKENAMT

(12) **Offenlegungsschrift**

(10) **DE 101 05 258 A 1**

(51) Int. Cl.[7]:
H 03 H 17/02
G 01 R 23/165

(21) Aktenzeichen: 101 05 258.8
(22) Anmeldetag: 6. 2. 2001
(43) Offenlegungstag: 29. 8. 2002

DE 101 05 258 A 1

(71) Anmelder:
Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG, 81671 München, DE

(74) Vertreter:
Mitscherlich & Partner, Patent- und Rechtsanwälte, 80331 München

(72) Erfinder:
Schmidt, Kurt, Dr., 85567 Grafing, DE

(56) Für die Beurteilung der Patentfähigkeit in Betracht zu ziehende Druckschriften:

DE 196 27 784 C1
DE 196 27 788 A1

Die folgenden Angaben sind den vom Anmelder eingereichten Unterlagen entnommen

Prüfungsantrag gem. § 44 PatG ist gestellt

(54) Auflösungs-Filter für einen Spektrumanalysator

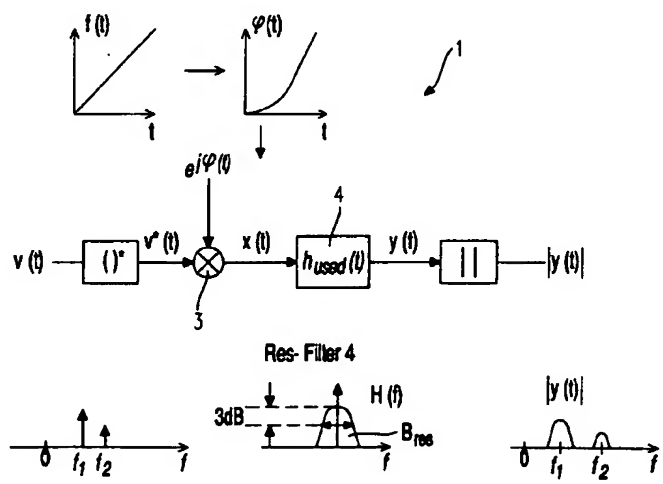
(57) Ein Spektrumanalysator (1) umfaßt einen Mischer (3), der das konjugiert komplexe Eingangssignal $v^*(t)$ in ein Basisbandsignal $x(t)$ mischt und ein Auflösungs-Filter (4), welches das Basisbandsignal $x(t)$ schmalbandig filtert. Erfindungsgemäß hat das Auflösungs-Filter (4) entweder die komplexe Impulsantwort
$h_{used}(t) =$

$$C_1 \cdot e^{-C_2 \cdot t^2} \cdot e^{-j \cdot C_3 \cdot t^2}$$

oder die reelle Impulsantwort
$h_{used}(t) =$

$$C_4 \cdot e^{-C_5 \cdot t^2}$$

wobei C_2, C_3, C_3, C_4 und C_5 Konstanten sind.



DE 101 05 258 A 1

Beschreibung

[0001] Die Erfindung betrifft ein Auflösungs-Filter (Resolution-Filter) für einen Spektrumanalysator.

[0002] Bei der Spektrumanalyse wird ein vorgegebener Frequenzbereich mit einem Auflösungs-Filter (Resolution-Filter) mit einer vorgegebenen Bandbreite durchfahren (gesweept). Das Auflösungs-Filter wird deshalb auch als Sweep-Filter bezeichnet. Ein solches Auflösungs-Filter für einen Spektrumanalysator in analoger Bauweise ist beispielsweise aus der US 5,736,845 bekannt. Bei Auflösungs-Filtern in bekannter analoger Bauweise kann nur eine begrenzte Sweepgeschwindigkeit erreicht werden, wobei der sogenannte K-Faktor, der angibt, wie schnell gesweept wird, bei Auflösungs-Filtern in bekannter Bauweise beschränkt ist.

[0003] Es wurde bisher allgemein davon ausgegangen, daß man bei der Spektrumanalyse innerhalb von T_{res} in der Größenordnung um $1/B_{res} = T_{res}$ sweepen darf, damit das Resolution-Filter noch einschwingen kann. Diese Aussage hat sich ähnlich wie das Zeitgesetz der Nachrichtentechnik gefestigt. Allerdings ist diese Aussage nur dann richtig, wenn von einem festen Filter für alle Sweepgeschwindigkeiten ausgegangen wird.

[0004] Der Erfindung liegt deshalb die Aufgabe zugrunde, ein Auflösungs-Filter zu schaffen, das eine optimale Auflösung bei einer hohen Sweepgeschwindigkeit ermöglicht.

[0005] Die Aufgabe wird durch die Merkmale des Anspruchs 1 oder die Merkmale des Anspruchs 5 gelöst. Die Unteransprüche betreffen vorteilhafte Weiterbildungen der Erfindung.

[0006] Die Erfindung hat gezeigt, daß mit einem optimalen komplexen Resolution-Filter sogar unendlich schnell gesweept werden kann, ohne daß ein Amplituden- oder Bandbreitenfehler auftritt.

[0007] Weiterhin zeigt sich, daß im Fall eines reellen Resolution-Filters zwar nicht unendlich schnell gesweept werden darf, immerhin aber ein minimaler K-Faktor von $K_{min} = 0{,}88$ erreicht werden kann. Definition des K-Faktors: Innerhalb T_{res} wird um $1/K \cdot B_{res}$ gesweept.

[0008] Die Erfindung wird nachfolgend unter Bezugnahme auf die Zeichnung näher erläutert. In der Zeichnung zeigen:

[0009] **Fig.** 1 Blockschaltbild der Spektrumanalyse im äquivalenten Basisband;

[0010] **Fig.** 2 zu verwendendes B_{used} in Abhängigkeit des K-Faktors

[0011] **Fig.** 1 zeigt ein vereinfachtes Blockschaltbild eines Spektrumanalysators **1**. Das zu analysierende komplexe Eingangssignal v(t) wird einem Konjugiertkomplex-Bilder **2** zugeführt, der das konjugiertkomplexe Signal v*(t) des Eingangssignals v(t) bildet. In einem Mischer **3** wird das konjugiert komplexe Eingangssignal v*(t) durch Multiplikation mit dem Sweep-Signal $e^{j\varphi(t)}$ in das Basisbandsignal x(t) heruntergemischt. In **Fig.** 1 ist oben die Frequenz f(t) des Sweep-Signals als Funktion der Zeit t dargestellt, wobei zu erkennen ist, daß sich die Sweep-Frequenz f(t) linear mit der Zeit t verändert. Durch Integration erhält man den Phasenwinkel φ(t) als Funktion der Zeit t. Das Basisband-Signal x(t) wird dem erfindungsgemäßen Auflöse-Filter (im folgenden Resoluation-Filter) **4** zugeführt. In dem Resolution-Filter **4** wird das Basisband-Signal x(t) mit der Impulsantwort h_{used} (t) des Resolution-Filters **4** gefaltet. Dabei entsteht das Ausgangssignal y(t). In einem Betragsbilder **5** wird der Betrag |y(t)| des Signals y(t) gebildet.

[0012] Im unteren Bereich von **Fig.** 1 ist beispielhaft ein Eingangssignal v(t) dargestellt, dessen Spektrum aus zwei diskreten Spektrallinien besteht. Ferner ist ein Beispiel für die Übertragungsfunktion H(t) des Resolution-Filters **4** angegeben. Am Ausgang des Spektrum-Analysators **1** steht das rechts daneben dargestellte Spektrum, wobei die Spektrallinien um die Auflösungsbandbreite B_{res} des Resolution-Filters **4** verbreitert sind. Die Auflösungsbandbreite B_{res} entspricht der Bandbreite bei einer Dämpfung um −3 dB gegenüber dem Maximum.

[0013] Das Spektrum des Signals v(t) wird zuerst mit der Impulsantwort des Resolution-Filters gefenstert und anschließend gemäß

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau)\, h_{res}(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau}\, d\tau \;=\; H_{res}(f) * V(f) \tag{1}$$

die Fouriertransformation durchgeführt.

[0014] Interessant ist die Frage der Korrelation des Spektrums bei weißem Rauschen. Durch die Korrelation wird beschrieben, in welchem Abstand das Spektrum unkorreliert wird. Die AKF (Autokorrelationsfunktion) des Eingangssignals wird bei weißem Rauschen durch

$$\mathrm{E}\{v(\tau)\, v^*(\tau + dt)\} = \underbrace{2}_{\mathrm{real/imag}} \cdot N_0/2 \;\; \delta(dt) \tag{2}$$

beschrieben. Die AKF des Fourierspektrums ergibt sich unter Verwendung von Gleichung (1)

$$\mathrm{E}\{S^*(f) \cdot S(f + df)\} = \mathrm{E}\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} v^*(\tau_1)\, h_{res}^*(\tau_1) \cdot e^{j\omega\tau_1}\, d\tau_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau_2)\, h_{res}(\tau_2) \cdot e^{-j(\omega + d\omega)\tau_2}\, d\tau_2 \right\}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E\{v^*(\tau_1) \cdot v(\tau_2)\}\, h_{res}^*(\tau_1) \cdot h_{res}(\tau_2)\, e^{-j\omega(\tau_1 - \tau_2)} e^{-j d\omega \tau_2}\, d\tau_1 d\tau_2$$

[0015] Durch Einsetzen von Gleichung (2) ergibt sich mit $\tau_1 = \tau_2 := \tau$

$$\mathrm{E}\{S^*(f)\cdot S(f+df)\} = \int_{-\infty}^{\infty} N_0\, h_{res}^*(\tau)\cdot h_{res}(\tau)\, e^{-jd\omega\tau}\, d\tau$$

$$= N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |h_{res}(\tau)|^2 \cdot e^{-jd\omega\tau}\, d\tau$$

$$= N_0 \cdot F\left\{|h_{res}(\tau)|^2\right\}$$

[0016] Für ein Gaußfilter gilt:

$$h_{gauss}(t) = \sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}\, B_{res} \cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{t}{T_{res}}\right)^2}$$

$$H_{gauss}(f) = e^{-2\ln(2)\cdot\left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2} \qquad (3)$$

[0017] Mit Gleichung (3) folgt:

$$R_h(\tau) = F^{-1}\left\{|H_{gauss}(f)|^2\right\}$$

$$= F^{-1}\{e^{-2\ln(2)\cdot 2\cdot\left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2}\} \qquad \text{mit } B'_{res} = B_{res}/\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}\cdot B'_{res} \cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{\tau}{T'_{res}}\right)^2} \qquad \text{mit } T'_{res} = T_{res}\sqrt{2}$$

$$= \underbrace{\sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}\cdot B_{res}/\sqrt{2}}_{:=B_{rausch}} \cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{\tau}{\sqrt{2}\cdot T_{res}}\right)^2} \qquad (4)$$

[0018] Weiterhin folgt mit Gleichung (4)

$$F\left\{|h_{gauss}(t)|^2\right\} = F\left\{\frac{\pi}{2\ln(2)}B_{res}^2\, e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\cdot 2\cdot\left(\frac{t}{T_{res}}\right)^2}\right\} \qquad \text{mit } T'_{res} = T_{res}/\sqrt{2}$$

$$= \frac{\frac{\pi}{2\ln(2)}B_{res}^2}{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^{1/2} B'_{res}} \cdot e^{-2\ln(2)\cdot\left(\frac{f}{B'_{res}}\right)^2} \qquad \text{mit } B'_{res} = B_{res}\sqrt{2}$$

$$= \underbrace{\sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}B_{res}/\sqrt{2}}_{B_{rausch}} \cdot e^{-\ln(2)\cdot\left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2} \qquad (5)$$

[0019] Beim gaußschen Resolution-Filter erhält man mit Gleichung (5):

$$E\{S^*(f)\cdot S(f+df)\} = N_0 \cdot B_{rausch} \cdot e^{-\ln(2)\cdot\left(\frac{df}{B_{res}}\right)^2} \qquad (6)$$

[0020] In Fig. 1 ist das Blockschaltbild der Spektrumanalyse im äquivalenten Basisband gezeigt. Man beachte, daß das zu untersuchende HF-Signal v(t) zwecks einfacherem Modell im äquivalenten Basisband betrachtet wird (d. h. keine Spektralanteile bei f < 0). Nach Bildung von $v^*(t)$ wird mit dem Drehzeiger $e^{j\varphi(t)}$ multipliziert und es entsteht

$$x(t) = v^*(t)\cdot e^{j\varphi(t)} \qquad (7)$$

[0021] Die Frequenz des Drehzeigers steigt gemäß

$$f(t) = \frac{1}{K}\cdot B_{res}^2 \cdot t \qquad (8)$$

linear mit der Zeit an. Der K-Faktor gibt an, wie schnell gesweept wird. Da das Resolution-Filter näherungsweise eine Einschwingzeit von T_{res} benötigt, sollte die Frequenz innerhalb T_{res} maximal um B_{res} verändert werden, was nach Gleichung (8) einem maximalen K-Faktor von K = 1 entspricht. Durch Integration ergibt sich die Phase

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{t} 2\pi f(t)dt = \frac{\pi}{K}\cdot B_{res}^2 \cdot t^2 \qquad (9)$$

[0022] Das Signal x(t) wird anschließend durch das Resolution-Filter mit der Impulsantwort $h_{used}(t)$ gefiltert und es entsteht das Ausgangssignal y(t). Von diesem Ausgangssignal wird die Einhüllende |y(t)| bestimmt und anschließend i. a. logarithmisch auf dem Spektrum-Analyzer dargestellt.

[0023] Das Ausgangssignal ergibt sich durch

$$y(t) = x(t) * h_{used}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{used}(\tau)\cdot x(t-\tau)\,d\tau$$

[0024] Durch Einsetzen von Gleichung (7) erhält man

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{used}(\tau)\cdot v^*(t-\tau)\,e^{j\varphi(t-\tau)}\,d\tau$$

[0025] Durch Einsetzen von Gleichung (9) ergibt sich schließlich

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{used}(\tau)\cdot v^*(t-\tau)\,e^{j\frac{\pi}{K}\cdot B_{res}^2\cdot(t-\tau)^2}\,d\tau$$

[0026] Durch Ausmultiplikation erhält man

$$y(t) = \underbrace{e^{j\frac{\pi}{K}\cdot B_{res}^2\cdot t^2}}_{e^{j\varphi(t)}} \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{h_{used}(\tau)\,e^{j\frac{\pi}{K}\cdot B_{res}^2\cdot\tau^2}}_{h_{disp}(\tau)} \cdot v^*(t-\tau)\,e^{-j\frac{2\pi}{K}\cdot B_{res}^2\cdot t\tau}\,d\tau \qquad (10)$$

[0027] wobei der erste Therm $e^{j\varphi(t)}$ nicht stört, weil letztendlich |y(t)| zur Anzeige gebracht wird. In der Formel wird die Impulsantwort

$$h_{disp}(t) = h_{used}(t)\cdot e^{j\frac{\pi}{K}B_{res}^2 t^2} \qquad (11)$$

eingeführt. Der Index steht für "displayed", weil nachfolgend gezeigt wird, daß das Spektrum dieser Impulsantwort zur Anzeige kommt.

[0028] Nach Gleichung (8) ergibt sich durch Umformung

$$t = \frac{f(t)\cdot K}{B_{res}^2} \qquad (12)$$

[0029] Durch Einsetzen in Gleichung (10) ergibt sich

$$y(t) = e^{j\varphi(t)} \int_{-\infty}^{\infty} h_{disp}(\tau)\cdot v^*(t-\tau)\, e^{-j\omega(t)\cdot\tau}\, d\tau \qquad (13)$$

[0030] Nun können einige interessante Aussagen festgehalten werden: Der Vergleich von Gleichung (13) mit der Fourieranalyse in Gleichung (1) zeigt, daß

1. bei der Spektrumanalyse nicht das verwendete Resolution-Filter $h_{used}(t)$, sondern das nach Gleichung (11) beschriebene "displayed" Resolution-Filter $h_{disp}(t)$ zur Anzeige kommt. Bei langsamen Sweep für ungefähr $K \geq 2$ stimmen $h_{used}(t)$ und $h_{disp}(t)$ näherungsweise überein. Bei schnellem Sweep hingegen treten deutliche Unterschiede auf. In diesem Fall bricht die Pegel ein und das dargestellte Resolution-Filter wird breiter (das Filter kann nicht mehr einschwingen).
2. In Gleichung (13) wird im Gegensatz zur Fourieranalyse nicht $v(\tau)$, sondern das um t verschobene Zeitsignal verwendet. Folglich wertet der Spektrumanalyzer ein zeitlich gleitendes Beobachtungsintervalle aus, was nicht weiter störend ist. Bemerkenswert ist die Frage, welchen Einfluß die Geschwindigkeit des gleitende Beobachtungsfenster auf das Ausgangsspektrum hat.

[0031] Um die Frage des gleitenden Beobachtungsfenster in 2. besser beurteilen zu können, empfiehlt es sich, das Parsevalsche Theorem gemäß

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)\cdot x_2^*(\tau)\, d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} X_1(F)\cdot X_2^*(F)\, dF$$

auf Gleichung (13) anzuwenden. Durch Substitution von

$$x_1(\tau) = h_{disp}(\tau)\cdot e^{-j\omega(t)\tau} \xrightarrow{\tau} X_1(F) = H_{disp}(F+f(t))$$

$$x_2(\tau) = v(t-\tau) \xrightarrow{\tau} X_2(F) = V(-F)\cdot e^{j2\pi F t}$$

läßt sich Gleichung (13) durch

$$\begin{aligned} y(t) &= e^{j\varphi(t)} \int_{-\infty}^{\infty} H_{disp}(F+f(t))\cdot V^*(-F)\, e^{-j2\pi F t} dF \\ &= e^{j\varphi(t)} \int_{-\infty}^{\infty} H_{disp}(F-f(t))\cdot V^*(F)\, e^{-j2\pi F t} dF \end{aligned} \qquad (14)$$

beschreiben. Damit erhält man erwartungsgemäß eine Faltung von Eingangsspektrum mit dem Resolution-Filter gemäß

$y(t) = e^{j\varphi(t)}\, H_{disp}(f(t)) \cdot [V^*(f(t))e^{-j2\pi f(t)t}]$

[0032] Durch Einsetzen von Gleichung (12) in Gleichung (14) ergibt sich schließlich

$$y(t) = e^{j\varphi(t)} \int_{-\infty}^{\infty} H_{disp}(F-f(t))\cdot V^*(F)\, e^{-j\frac{2\pi K}{B_{res}^2} F f(t)} dF \qquad (15)$$

[0033] Zunächst wird das Ausführungsbeispiel des erfindungsgemäßen komplexen Auflöse-Filters (Komplexes Resolution-Filter) erläutert.

[0034] Zur Spektrumanalyse wird ein gaußförmiges Resolution-Filter mit der Bandbreite B_{res} verwendet. Das "displayed" Resolution-Filter soll die Impulsantwort und Übertragungsfunktion

$$h_{disp}(t) = \sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}\, B_{res} \cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{t}{T_{res}}\right)^2}$$

$$H_{disp}(f) = e^{-2\ln(2)\cdot\left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2} \qquad (16)$$

besitzen. Durch $H_{disp}(f = 0) = 1$ wird die amplitudenrichtige Darstellung der Spektrallinien sichergestellt.

[0035] In Gleichung (16) wird ein linearphasiges Filter verwendet, was nicht zwingend ist. Man beachte, daß nur der Betrag von $H_{disp}(f)$ gaußförmig sein muß, d. h. die Phase darf beliebig sein. Der Freiheitsgrad der Phase kann beim Design ausgenutzt werden, indem das Filter minimalphasig gemacht wird. Damit wird die Gruppenlaufzeitverzögerung gegenüber dem linearphasigen Filter ungefähr halbiert. Darauf wird später noch näher eingegangen.

[0036] Das zu verwendende Resolution-Filter erhält man nach Gleichung (11) die Vorschrift

$$h_{used}(t) = h_{disp}(t)\cdot e^{-j\frac{\pi}{K}B_{res}^2 t^2} \qquad (17)$$

[0037] Durch Einsetzen ergibt sich

$$h_{used}(t) = \sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}\, B_{res} \cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{t}{T_{res}}\right)^2} \cdot e^{-j\frac{\pi}{K}B_{res}^2 t^2} \qquad (18)$$

[0038] Gleichung (18) läßt sich verallgemeinert in der Form

$$h_{used}(t) = C_1 \cdot e^{-C_2 t^2} \cdot e^{-jC_3 t^2}$$

schreiben, wobei C_1, C_2 und C_3 Konstanten sind.

[0039] Aus Gleichung (18) erkennt man, daß die Impulsantwort des "used" Filters komplex ist. Daher ist diese Lösung nur dann möglich, wenn die Möglichkeit einer komplexen Filterung gegeben ist.

[0040] Es gilt:

$$h(t) = e^{-at^2} e^{-jbt^2}$$

$$H(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{\left(a^2+b^2\right)^{1/4}} \cdot e^{-\frac{a}{4\left(a^2+b^2\right)}\omega^2} \cdot e^{+j\left[\frac{b}{4\left(a^2+b^2\right)}\omega^2 - 1/2\cdot\arctan(b/a)\right]} \qquad (19)$$

[0041] Beim optimalen komplexen Resolution-Filter muß

$$a = \frac{\pi^2}{2\ln(2)}\cdot B_{res}^2$$

$$b = \frac{\pi}{K}\cdot B_{res}^2$$

in Gleichung (19) eingesetzt werden. Nach Zwischenrechnung ergibt sich

$$h_{used}(t) = \underbrace{\sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}\, B_{res} \cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{t}{T_{res}}\right)^2}}_{h_{disp}(t)} \cdot e^{-j\frac{\pi}{K}\cdot B_{res}^2 \cdot t^2}$$

$$H_{used}(f) = Faktor^{1/4} \cdot e^{-2\ln(2)\cdot Faktor \cdot \left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2} \cdot e^{j\left[\frac{\pi}{K\cdot Nenner}\left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2 - 1/2\arctan\left(\frac{2\ln(2)}{\pi\cdot K}\right)\right]}$$

(20)

mit

$$Nenner = \left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2 + \left(\frac{1}{K}\right)^2$$

$$Faktor = \frac{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}{Nenner} = \frac{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2 + \left(\frac{1}{K}\right)^2} \leq 1$$

(21)

[0042] Aus Gleichung (20) erkennt man, daß sich die Bandbreite durch die quadratisch ansteigende Phase der Impulsantwort um $1/\sqrt{\text{Faktor}} \geq 1$ vergrößert wird. Weiterhin bricht die Amplitude um $\text{Faktor}^{1/4} \leq 1$ ein.

[0043] Nach Gleichung (20) ergibt sich die Transformierte durch

$$H_{used}(f) = Faktor^{1/4} \cdot e^{-2\ln(2)\cdot Faktor \cdot \left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2} \cdot e^{j\left[\frac{\pi}{K\cdot Nenner}\left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2 - 1/2\arctan\left(\frac{2\ln(2)}{\pi\cdot K}\right)\right]}$$

(22)

mit den Parametern

$$Nenner = \left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2 + \left(\frac{1}{K}\right)^2$$

$$Faktor = \frac{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}{Nenner} = \frac{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2 + \left(\frac{1}{K}\right)^2} \leq 1$$

(23)

[0044] Damit können folgende Aussagen festgehalten werden:

1. Es stimmt nicht die gängige Meinung, daß bei der Spektrumanalyse der K-Faktor nicht kleiner als 1 gemacht werden darf, weil dann das Filter nicht mehr einschwingt. Bei entsprechender Wahl des optimalen Resolution-Filters darf der Sweep beliebig schnell gemacht werden, d. h. $K \rightarrow 0$ ist prinzipiell möglich.
2. Das optimale Filter $h_{used}(k)$ hängt vom K-Faktor und damit von der Sweep-Geschwindigkeit ab. Bei zunehmend schnellen Sweep konvergiert die Spektrumanalyse in Richtung Fourieranalyse.
3. Aus Gleichung (22) erkennt man, daß es sich bei dem "verwendeten" Filter $h_{used}(k)$ wieder um ein Gaußfilter handelt. Allerdings ist die Impulsantwort komplex.

[0045] Beim Übergang zur diskreten Impulsantwort folgt aus

$$H_{used}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{used}(t)\, e^{-j\omega t}\, dt = \sum_{-\infty}^{\infty} T_a\, h_{used}(t{=}kT_a)\, e^{-j\omega T_a}$$

für die digitale Impulsantwort

$h_{used}(k) = T_a\, h_{used}(t = kT_a)$

[0046] Durch Einsetzen von Gl. (18) erhält man

$$h_{used}(k) = \sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}} \cdot B_{res}/f_a \cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{t}{T_{res}}\right)^2} \cdot e^{-j\frac{\pi}{K}B_{res}^2 t^2}\Bigg|_{t=kT_a}$$

$$H_{used}(f) = Faktor^{1/4} \cdot e^{-2\ln(2)\cdot Faktor\cdot\left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2} \cdot e^{j\left[\frac{\pi}{K\cdot Nenner}\left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2 - 1/2\arctan\left(\frac{2\ln(2)}{\pi\cdot K}\right)\right]} \qquad (24)$$

mit $T_{res} = 1/B_{res}$, B_{res} = Resolution-Bandbreite (Auflösungs-Bandbreite) bei 3 dB Signalabfall gegenüber dem Maximum und f_a = Abtastfrequenz im Basisband.

[0047] Nachfolgend wird auf das Ausführungsbeispiel eines reellen Auflösefilters (reelles Resolution-Filter) eingegangen.

[0048] Nach Gleichung (11) gilt die Vorschrift

$$h_{disp}(t) = h_{used}(t)\cdot e^{j\frac{\pi}{K}B_{res}^2 t^2}$$

[0049] Weiterhin ist nach Gleichung (19) bekannt, daß bei gaußförmiger Impulsantwort $h_{used}(t)$ auch der interessierende Betragsfrequenz $|H_{disp}(f)|$ gaußförmig ist. Allerdings verändert die quadratisch ansteigende Phase in Gleichung (11) die Bandbreite und den nicht weiter interessierenden Phasengang.

[0050] Beim optimalen reellen Resolution-Filter muß

$$a = \frac{\pi^2}{2\ln(2)} B_{used}^2$$

$$b = -\frac{\pi}{K}\cdot B_{res}^2$$

in Gleichung (67) eingesetzt werden. Nach Zwischenrechnung ergibt sich

$$h_{disp}(t) = \underbrace{Faktor^{-1/4}\cdot\overbrace{\sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}\, B_{used}\cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{t}{T_{used}}\right)^2}}^{h_{gauss}(t)}}_{h_{used}(t)} \cdot e^{j\frac{\pi}{K}\cdot B_{res}^2\cdot t^2}$$

$$H_{disp}(f) = e^{-2\ln(2)\cdot Faktor\cdot\left(\frac{f}{B_{used}}\right)^2} \cdot e^{-j\left[\frac{\pi}{K\cdot Nenner}\left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^2\left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2 - \frac{1}{2}\arctan\left[\left(\frac{2\ln(2)}{\pi\cdot K}\right)\left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^2\right]\right]} \qquad (25)$$

mit

$$Nenner = \left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2 + \left(\frac{1}{K}\right)^2\cdot\left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^4$$

$$Faktor = \frac{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}{Nenner} = \frac{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2 + \left(\frac{1}{K}\right)^2\left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^4} \le 1 \qquad (26)$$

[0051] Gibt man bei der Impulsantwort $h_{used}(t)$ eine noch näher zu bestimmende Bandbreite B_{used} vor, so ergibt nach Gleichung (25)

$$h_{disp}(t) = \underbrace{Faktor^{-1/4} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}\, B_{used} \cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)} \cdot \left(\frac{t}{T_{used}}\right)^2}}_{h_{used}(t)} \cdot e^{j\frac{\pi}{K} \cdot B_{res}^2 \cdot t^2}$$

$$H_{disp}(f) = e^{-2\ln(2) \cdot Faktor \cdot \left(\frac{f}{B_{used}}\right)^2} \cdot e^{-j\left[\frac{\pi}{K \cdot Nenner} \cdot \left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^2 \left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2 - 1/2 \arctan\left\{\left(\frac{2\ln(2)}{\pi \cdot K}\right)\left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^2\right\}\right]}$$

(27)

mit

$$Nenner = \left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2 + \left(\frac{1}{K}\right)^2 \cdot \left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^4$$

$$Faktor = \frac{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}{Nenner} = \frac{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2 + \left(\frac{1}{K}\right)^2 \cdot \left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^4} \leq 1$$

(28)

[0052] Laut Anforderung soll

$$\left|H_{disp}(f)\right| = e^{-2\ln(2) \cdot \left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2}$$

(29)

gelten. Durch Vergleich von Gleichung (27) mit Gleichung (29) ergibt sich die Vorschrift

$$Faktor \cdot \frac{1}{B_{used}^2} \overset{!}{=} \frac{1}{B_{res}^2}$$

(30)

[0053] Durch Einsetzen von Gleichung (28) ergibt sich

$$\frac{\overbrace{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}^{A}}{\underbrace{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}_{A} + \underbrace{\left(\frac{1}{K}\right)^2}_{C} \cdot \underbrace{\left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^4}_{x^2}} \overset{!}{=} \underbrace{\left(\frac{B_{used}}{B_{res}}\right)^2}_{1/x}$$

[0054] Durch Umformung erhält man

$$A + C \cdot x^2 \overset{!}{=} A \cdot x$$

(31)

[0055] Durch Lösung dieses quadratischen Gleichung erhält man die beiden Lösungen

$$x_{1/2} = \frac{A \overset{(+)}{-} \sqrt{A^2 - 4CA}}{2C} \qquad \begin{array}{l} (+): \text{kleines } B_{used} \\ -\ : \text{grosses } B_{used} \end{array}$$

(32)

[0056] Wie sich nachfolgend zeigen wird, führt nur die Subtraktion in Gleichung (32) zu einem sinnvollen Ergebnis, weshalb die Addition in Klammer gestellt wurde: In **Fig.** 2 werden die beiden Lösungen für die zu verwendende Bandbreite B_{used} nach Gleichung (32) gezeigt. Die Addition in Gleichung (32) führt zu dem kleineren B_{used} und ist als Lösung nicht sinnvoll, weil die Impulsantwortdauer und damit die Gruppenlaufzeitverzögerung gegenüber der Lösung dem großen B_{used} größer ist. Das Ziel ist es jedoch, eine möglichst kleine Gruppenlaufzeitverzögerung zu erreichen. Aus diesem Grund wurde die Addition in Gleichung (32) in Klammer gesetzt.

[0057] Eingesetzt ergibt sich aus Gleichung (32) für den nur interessierenden Fall (großes B_{used})

$$\frac{B_{res}^2}{B_{used}^2(K)} = \frac{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2 - \sqrt{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^4 - 4\cdot\left(\frac{1}{K}\right)^2\cdot\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}}{2\cdot\left(\frac{1}{K}\right)^2}$$

(33)

[0058] Aus **Fig.** 2 sind einige interessante Eigenschaften zu erkennen:
Bei reeller Impulsantwort $h_{used}(t)$ kann man im Gegensatz zum komplexen Fall den K-Faktor nicht beliebig klein machen, d. h. man kann nicht unbegrenzt schnell sweepen. Welcher minimale K-Faktor ist möglich? Der Wurzelausdruck in Gleichung (32) darf nicht negativ sein. Damit gilt bei minimalem K

$A^2 - 4CA = 0$

[0059] Durch Einsetzen ergibt sich

$K_{min} = 4\ln(2)/\pi = 0{,}8825$

wie auch aus **Fig.** 2 zu erkennen ist. Weiterhin kann einfach aus Gleichung (32) hergeleitet werden, daß bei minimalem K

$$\frac{B_{used}}{B_{res}}(K_{min}) = 1/\sqrt{2} = 0{,}707$$

ist. Demnach tritt bei dieser maximalen Sweepgeschwindigkeit eine um den Faktor $\sqrt{2}$ größere Gruppenlaufzeitverzögerung gegenüber einem konventionellen Resolution-Filter auf.

[0060] Durch Verwendung der Bedingung in Gleichung (31) ergibt sich aus Gleichung (28) die Vereinfachung

$$Faktor = \frac{A}{A + C\cdot x^2} \overset{!}{=} \frac{1}{x} = \frac{B_{used}^2}{B_{res}^2}$$

[0061] Durch Einsetzen in Gleichung (27) ergibt sich

$$h_{disp}(t) = \underbrace{\sqrt{\frac{B_{res}}{B_{used}}}\cdot\sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}\,B_{used}\cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{t}{T_{used}}\right)^2}}_{h_{used}(t)} \cdot e^{j\frac{\pi}{K}\cdot B_{res}^2\cdot t^2}$$

$$H_{disp}(f) = e^{-2\ln(2)\cdot Faktor\cdot\left(\frac{f}{B_{used}}\right)^2} \cdot e^{-j\left[\frac{\pi}{K\cdot Nenner}\cdot\left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^2\left(\frac{f}{B_{res}}\right)^2 - 1/2\arctan\left\{\left(\frac{2\ln(2)}{\pi\cdot K}\right)\left(\frac{B_{res}}{B_{used}}\right)^2\right\}\right]}$$

(34)

[0062] Mit Gleichung (35) ergibt sich die Korrespondenz

$$h_{used}(t) = \sqrt{\frac{B_{res}}{B_{used}}} \cdot \overbrace{\sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}}\, B_{used} \cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{t}{T_{used}}\right)^2}}^{h_{gauss}(t)}$$

$$H_{used}(f) = \sqrt{\frac{B_{res}}{B_{used}}} \cdot e^{-2\ln(2)\left(\frac{f}{B_{used}}\right)^2}$$

(35)

[0063] Gleichung (35) läßt sich verallgemeinert in der Form

$$h_{used}(t) = C_4 \cdot e^{-C_5 t^2}$$

schreiben, wobei C_4 und C_5 Konstanten sind.

[0064] Beim Übergang zur diskreten Impulsantwort folgt aus

$$H_{used}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{used}(t)\, e^{-j\omega t}\, dt = \sum_{-\infty}^{\infty} T_a\, h_{used}(t{=}kT_a)\, e^{-j\omega T_a}$$

für die digitale Impulsantwort

$$h_{used}(k) = T_a\, h_{used}(t{=}kT_a)$$

[0065] Durch Einsetzen von Gleichung (35) erhält man schließlich

$$h_{used}(k) = \sqrt{\frac{B_{res}}{B_{used}}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}} \cdot B_{used}/f_a \cdot e^{-\frac{\pi^2}{2\ln(2)}\left(\frac{t}{T_{used}}\right)^2}\Bigg|_{t=kT_a}$$

$$H_{used}(f) = \underbrace{\sqrt{\frac{B_{res}}{B_{used}}}}_{\geq 1} \cdot e^{-2\ln(2)\left(\frac{f}{B_{used}}\right)^2}$$

(3)

d. h. beim verwendeten Filter tritt eine Verstärkung bei $f = 0$ auf.

Patentansprüche

1. Auflösungs-Filter (Resolution-Filter) (4) für einen Spektrumanalysator (1), **dadurch gekennzeichnet**, daß das Auflösungsfilter (4) folgende komplexe Impulsantwort $h_{used}(t)$ hat:

$$h_{used}(t) = C_1 \cdot e^{-C_2 \cdot t^2} \cdot e^{-jC_3 t^2}$$

wobei C_1, C_2 und C_3 Konstanten sind.

2. Auflösungs-Filter (Resolution-Filter) (4) nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Konstante C_1

$$C_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}} \cdot B_{res}$$

beträgt, wobei B_{res} die Bandbreite des Auflösungs-Filters (4) ist.

3. Auflösungs-Filter (Resolution-Filter) (4) nach Anspruch 1 oder 2, dadurch gekennzeichnet, daß die Konstante C_2

$$C_2 = \frac{\pi^2}{2\ln(2)} \cdot \frac{1}{T_{res}^{\ 2}}$$

beträgt, wobei $T_{res} = 1/B_{res}$ die reziproke Bandbreite B_{res} des Auflösungs-Filters (4) ist.

4. Auflösungs-Filter (Resolution-Filter) (4) nach einem der Ansprüche 1 bis 3, dadurch gekennzeichnet, daß die Konstante C_3

$$C_3 = \frac{\pi}{K} \cdot B_{res}^{\;2}$$

beträgt, wobei B_{res} die Bandbreite des Auflösungs-Filters (**4**) und K der K-Faktor des Auflösungs-Filters (**4**) ist, wobei der K-Faktor über die Gleichung

$$f(t) = \frac{1}{K} \cdot B_{res}^{\;2} \cdot t$$

definiert ist und f(t) eine linear mit der Zeit t variable Frequenz ist, die einem dem Auflösungs-Filter (**4**) vorgeschalteten Mischer (**3**) des Spekrumanalysators (**1**) zugeführt wird.

5. Auflösungs-Filter (Resolution-Filter) (**4**) für einen Spektrumanalysator (**1**), dadurch gekennzeichnet, daß das Auflösungsfilter (**4**) folgende reelle Impulsanwort $h_{used}(t)$ hat:

$$h_{used}(t) = C_4 \cdot e^{-C_5 t^2}$$

wobei C_4 und C_5 Konstanten sind.

6. Auflösungs-Filter (Resolution-Filter) (**4**) nach Anspruch 5, dadurch gekennzeichnet, daß die Konstante C_4,

$$C_4 = \sqrt{\frac{B_{res}}{B_{used}}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2\ln(2)}} \cdot B_{used}$$

beträgt, wobei B_{res} die Bandbreite des Auflösungsfilters (**4**) ist und B_{used} über die Gleichung

$$\frac{B_{res}^{\;2}}{B_{used}^{\;2}} = \frac{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2 - \sqrt{\left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^4 - 4 \cdot \left(\frac{1}{K}\right)^2 \cdot \left(\frac{\pi}{2\ln(2)}\right)^2}}{2 \cdot \left(\frac{1}{K}\right)^2}$$

definiert ist, wobei K der K-Faktor des Auflösungs-Filters (**4**) ist, wobei der K-Faktor über die Gleichung

$$f(t) = \frac{1}{K} \cdot B_{res}^{\;2} \cdot t$$

definiert ist und f(t) eine linear mit der Zeit t variable Frequenz ist, die einem dem Auflösungs-Filter (**4**) vorgeschalteten Mischer (**3**) des Spekrumanalysators (**1**) zugeführt wird.

7. Auflösungs-Filter (Resolution-Filter) (**4**) nach Anspruch 6, dadurch gekennzeichnet, daß die Konstante C_5,

$$C_5 = \frac{\pi^2}{2\ln(2)} \cdot \frac{1}{T_{used}^{\;2}}$$

beträgt, wobei $T_{used} = 1/B_{used}$ ist.

Hierzu 1 Seite(n) Zeichnungen

- Leerseite -

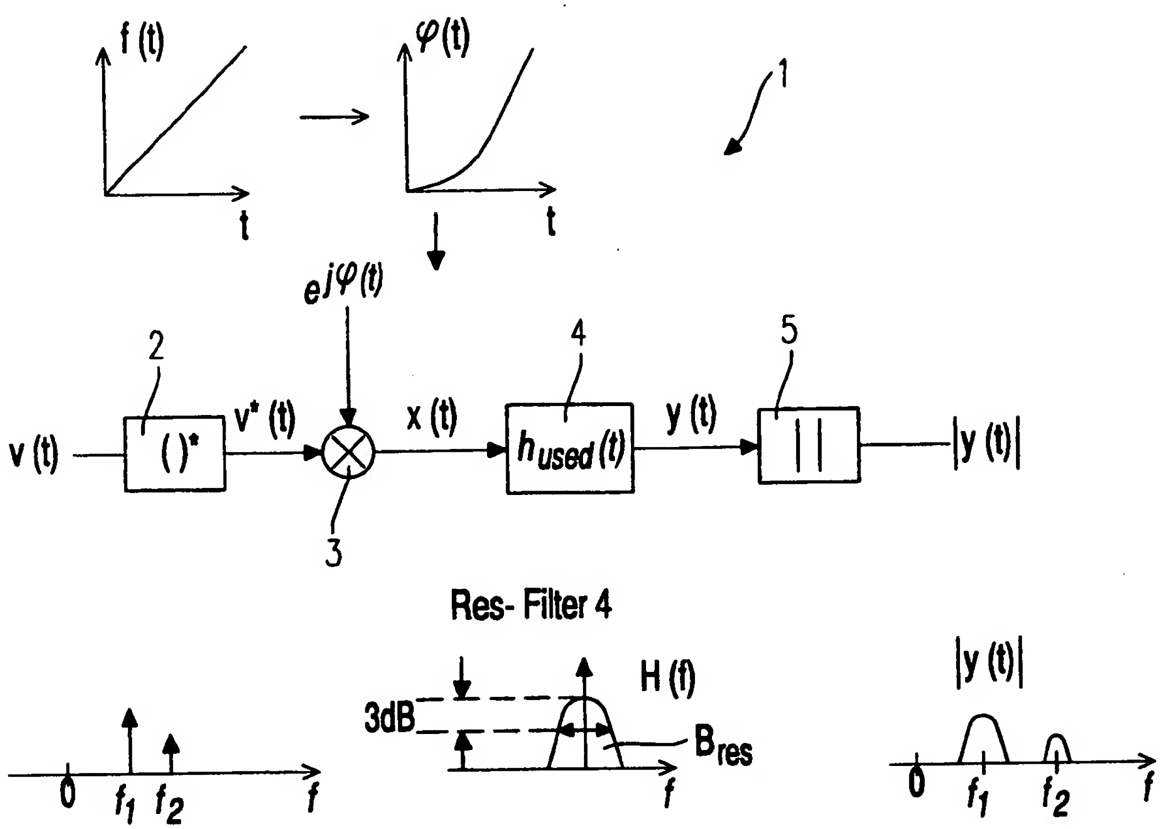

f (t)
t
φ(t)
t
1
e^{jφ(t)}
2
4
5
v (t)
( )*
v* (t)
x (t)
h_used (t)
y (t)
| |
|y (t)|
3
Res- Filter 4
0
f1
f2
f
3dB
H (f)
B_res
f
|y (t)|
0
f1
f2
f

Fig. 1

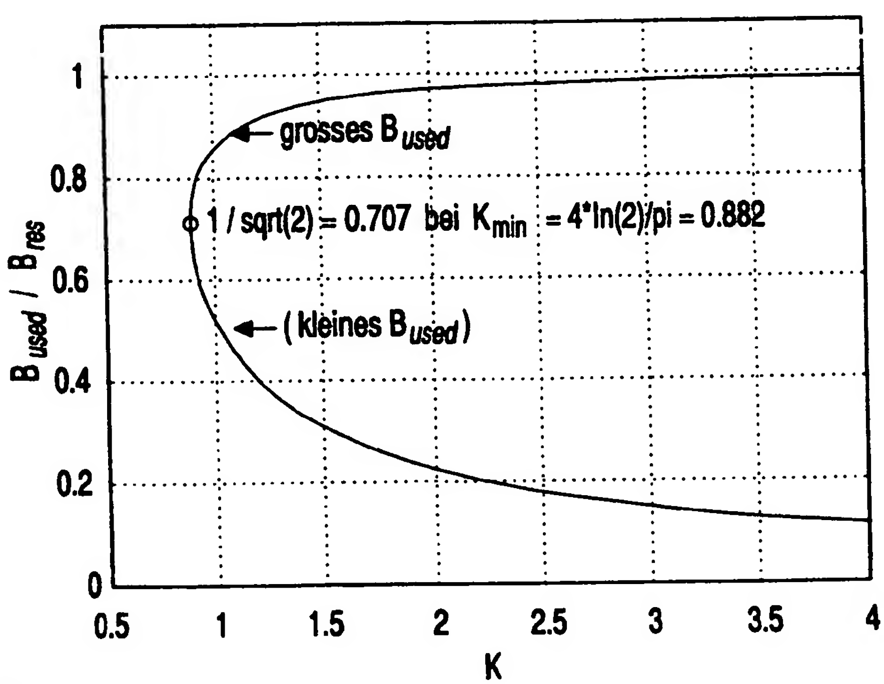

grosses B_used
1 / sqrt(2) = 0.707 bei K_min = 4*ln(2)/pi = 0.882
(kleines B_used)
B_used / B_res
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
K

Fig. 2